

加法・減法の用いられる場面

高橋 昭彦*

1. アメリカの文章問題について

本連載の第6回で紹介したアメリカにおける文章問題の分類について、今月から2回にわたってさらに詳しく考えていきたいと思う。

今回発表されたアメリカの共通カリキュラム CCSS では、巻末に、加法・減法の用いられる場面 (p. 88, Table 1) と、乗法・除法の用いられる場面 (p. 89, Table 2) という表が掲載されている。今回は、この2つの表のうち、加法・減法についてまとめたものについて考えてみることにする。

この加法・減法が用いられる場面をまとめた表は、これまで行われた研究の成果、例えば本連載第6回で述べた CGI による分類¹などを土台に作られているようだが、明らかにいくつか異なる点がある。

ご存知のように、わが国の学習指導要領解説書 (文部科学省, 2008) では加法・減法の用いられる場面をまず大きく、加法の用いられる場合と、減法の用いられる場合とに分けている。そして加法の用いられる場面を、増加 (increase), 合併 (combine), 順序数を含むたし算 (Addition involving ordinal numbers) の3つに、また減法の用いられる場合を、求残 (Take away), 求差 (Comparison), 順序数を含むひき算 (subtraction involving ordinal numbers) の3つに分類している。

ここで、先ず第1に気付くのは、CCSS の分類にも、CGI の分類にも、順序数にかかわる加法・減法が含まれていない点である。これは、英語では順序数の表現が、例えば、First, Second, Third……といったように、普通の数詞と異なることによるのかもしれない。しかしながら、加法減法が用いられる場面はなにも集合数だけに限ったことでは、物事の順序を考える場合での加法減法についても十分に理解を深めるような内容を何らかの形でカリキュラムに含める必要があろう。

2. 日米の差異

さて、アメリカにおけるこれらの分類が、日本の分類に対して異なる最も大きな点は、加法の用いられる場面と減法とを大別せず、加法と減法の用いられる場面 (Common addition and subtraction situations) として、表のように、大きく4つの場面に分類していることである。そして、それぞれについて未知数が何かという視点で3つに分けて、全体を12の場面に整理し、それぞれに具体的な場面を例示している。

	結果が不明 (Result Unknown)	変化が不明 (Change Unknown)	はじめが不明 (Start Unknown)
増加 (Add to)	草むらにウサギが2ひきいました。3びきのウサギがなまにくわりました。 ぜんぶでウサギは何びきいるでしょう。 $2 + 3 = ?$	草むらにウサギが2ひきいました。何びきかのウサギがなまにくわりました。そして、ウサギはみんな5ひきになりました。あとからきたウサギは何びきでしょう。 $2 + ? = 5$	草むらにウサギがいました。そこに、3びきのウサギがなまにくわりました。そして、ウサギはみんな5ひきになりました。はじめに草むらにいたウサギは何びきでしたか。 $? + 3 = 5$
減少 (Take From)	テーブルの上にリンゴが5こありました。私があるうちの2つを食べました。いま、テーブルの上にはリンゴがいくつありますか。 $5 - 2 = ?$	テーブルの上にリンゴが5こありました。私があるうちのいくつを食べました。いま、テーブルの上にはリンゴが3つあります。私はリンゴをいくつ食べたでしょう。 $5 - ? = 3$	テーブルの上にリンゴがいくつありました。私があるうちの2つを食べました。いま、テーブルの上にはリンゴが3つあります。はじめにテーブルの上にはリンゴがいくつあったでしょう。 $? - 2 = 3$

	合計が不明 (Total Unknown)	加数が不明 (Addend Unknown)	両方の加数が不明 (Both Addends Unknown) 注1
合併・分離 (Put together/ Take Apart) 注2	テーブルの上に、3つの赤いリンゴと2つの青いリンゴがあります。テーブルの上には、リンゴが幾つあるでしょうか。 $3 + 2 = ?$	テーブルの上に、リンゴが5つあります。赤いリンゴが3つで、のこりは青いリンゴです。青いリンゴはいくつありますか。 $3 + ? = 5,$ $5 - 3 = ?$	おばあさんが花を5本もっています。赤い花びんと青い花びんに分けて入れようと思っています。それぞれ何本ずつ入れることができますか。 $5 = 0 + 5,$ $5 = 5 + 0,$ $5 = 1 + 4,$ $5 = 4 + 1,$ $5 = 2 + 3,$ $5 = 3 + 2$

* ディポール大学教育学部准教授

	差が不明 (Difference Unknown)	大が不明 (Bigger Unknown)	小が不明 (Smaller Unknown)
比較 (Compare) 注3	(どちらが多い) ルーシーはリンゴを2つもっています。ジュリーはリンゴを5つ持っています。 ジュリーは、ルーシーよりもリンゴをいくつ多く持っていますか。 (どちらが少ない) ルーシーはリンゴを2つ持っています。ジュリーはリンゴを5つ持っています。 ルーシーは、ジュリーよりもリンゴをいくつ少なく持っていますか。 $2 + ? = 5,$ $5 - 2 = ?$	(多い) ジュリーはルーシーよりもリンゴを3つ多く持っています。 ルーシーはリンゴを2つ持っています。ジュリーはリンゴをいくつ持っていますか。 (少ない) ルーシーはジュリーよりもリンゴを3つ少なく持っています。 ルーシーはリンゴを2つ持っています。 ジュリーはリンゴをいくつ持っているでしょうか。 $2 + 3 = ?,$ $3 + 2 = ?$	(多い) ジュリーはルーシーよりも3つ多くリンゴを持っています。 ジュリーはリンゴを5つ持っています。ルーシーはリンゴをいくつ持っているでしょうか。 (少ない) ルーシーはジュリーよりもリンゴを3つ少なく持っています。 ジュリーはリンゴを5つ持っています。 ルーシーはリンゴをいくつ持っているでしょうか。 $5 - 3 = ?,$ $? + 3 = 5$

注1：この分離の問題を用いて、与えられた数についてそのすべての分け方を調べることができる。また、等式の左側に合計の数を書くことによって、子どもたちに等式が、結果が幾つになるといったことを表すだけでなく、常に等しいということを表すことを理解させることにも活用できる。

注2：どちらの加数も未知数とすることができるので、3つの問題場面が考えられる。両方の加数を未知数な場合、とくに合計が10よりも小さい場合には、意欲を高める発展問題となる。

注3：大きい数または小さい数が未知数の問題場面のうち、それぞれ2つある問題のうち1つ（問題文中に「多い」という言葉が含まれ大きい方の数を求める問題、問題文中に「少ない」という言葉が含まれ小さい方の数を求める問題）は、正しい計算の手順を示唆する。しかし、ほかの問題はより難しい。

(Common Core State Standards mathematics <http://www.corestandards.org/>, p. 88より引用、日本語訳は筆者による)

3. アメリカの今後の授業

このような整理の仕方の背景には、これまで、多くの教室で、文章問題から「合わせて」「ちがいは」などといったキーワードを探し、「合わせて」ならば加法、「ちがいは」ならば減法と機械的に行われていた指導に対する反省があるのだろう。「合わせて」「ちがいは」といったキーワードは、文章で表された場面がどのような場面であるのかを判断するために役立つかもしれないが、これが必ずしも問題で問われている答えを導く方法に直結するかと、必ずしもそうではない。

例えば、表にあるような増加の問題でも、もしはじめに

あった数がわからない場合には、減法を用いなければ問題で問われている数を求めることはできない。つまり、場面は加法を用いて表すことができても、問題の解決には減法を用いなければならぬということ、低学年の子どもたちがきちんと理解できるように指導しなければならぬ。そのために、CCSSでは、このような分類を取り入れたと考えられる。

アメリカでは、まだ実際の教育現場にはあまり浸透していないこのような考え方であるが、日本の算数教育では古くから強調されてきた。このことは学習指導要領の解説書にも「いわゆる逆思考になるような問題を取り上げ、その解決の仕方を考え、図や式に表し、説明できるようにすることを通して、加法と減法の相互関係の理解を深めることをねらいとしている。(算数的活動(1)オ, p. 97)」と明示されている。このことを具体化するために、

1. まず、言葉や絵、文章などで表された場面を、動作や具体物、さらに図などを用いることによって、場面としてとらえ、式を用いて表す。その際、必要に応じて、数字や言葉、または未知数を表す?や□などを用いる。

2. 次に、問題で問われている数を、具体物の操作や計算を用いて求める。

といった一連の指導が重視され、教科書などに具現化されてきた。

特に、低学年から問題の場面を式に表すことが強調されてきたことは、単に加法・減法の計算ができることができるようにすることだけではなく、これらをきちんと理解し正しく活動できる能力を育てることを目標に据えてきたことの表れである。

CCSSが、加法や減法の用いられる場面をこのような表にまとめて整理したことは、アメリカでも、ようやく日本で行われてきたような文章題、図、式を用いた一連の指導の重要性を実際に指導に当たる先生方に理解できるように、という配慮が形に表れたものと言えよう。実際、幼稚園の目標にも以下のように、これらの一連の学習活動を取り入れるよう明示している。

K.OA.1.

Represent addition and subtraction with objects, fingers, mental images, drawings, sounds (e.g., claps), acting out situations, verbal explanations, expressions, or equations.

K.OA.2.

Solve addition and subtraction word problems, and add and subtract within 10, e.g., by using objects or drawings to represent the problem.

このようなCCSSについて、その内容に対する賛否や、明示された内容をどのように具現化していくか、アメリカでは現在いろいろなところで活発な議論がなされている。しかしながら、残念なことに、いまのところ、CCSSの内容をわかりやすく解説する文書、例えば、文科省の発行する学習指導要領の解説書のようなものは存在していない。現場の先生方はもとより、教育委員会、教科書編集者などが、CCSSの背景にある考え方をどの程度理解して新しい教材を開発するか、少々心配な点である。

1 Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). *Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction*.