

線分図の指導

吉田 誠*

1. テープ図の指導

前回で紹介したアメリカの Common Core State Standards (CCSS) は焦点化された系統性のあるカリキュラムの特徴を持ち、今後アメリカでの算数・数学教育の改善に大きな期待が寄せられている。この CCSS では、National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) のスタンダードや日本やシンガポールのカリキュラムの影響をうけて、表や数直線や線分図などの図を数量関係の分野や、文章題の問題解決の場で活用することの必要性が述べられている。また、CCSS の終わりにある用語集の中には Number line diagram (数直線) や tape diagram (テープ図, 帯図) などの用語の解説も含まれている。

最近アメリカで「文章題の問題解決力向上のため、テープ図を指導している」ということをよく耳にするようになった。これはシンガポールの教科書の影響がその背景にあるようである。シンガポールの教科書は TIMSS などの国際比較調査での系統性があり、焦点のおかれた、チャレンジなカリキュラムという高い評価から、アメリカでは、シンガポール・マス (Singapore Math) と呼ばれ、2000年頃から少しずつ教室やホームスクールで使われるようになった。最近では、シンガポールの教科書がカリフォルニア州で採用になったこと、アメリカの大手の教科書会社がシンガポールの教科書会社と手を組んでアメリカ向けの教科書である Math in Focus を発表したことなどで話題が絶えない。

さて、このテープ図 (tape diagram もしくは tape model) であるが、シンガポールでは文章題 (word problems または story problems) の解決のための重要なモデルとして指導されている。もちろん、テープ図や線分図 (Segment line model) は、日本の教科書でも文章問題の解決のためのモデルとして、低学年から高学年まで系統だって使われている。したがってどちらも英語では同じように表現されることが多いが、その使われ方や背景にある考え方が必ずしも同じであるとは言えないようである。

2. 問題解決の為のモデル・メソッド

シンガポールでは The Model Method for Problem Solving

(問題解決のためのモデル・メソッド) というものが、1980年代に作られ、シンガポールの算数・数学指導の大きな特徴とまで言われている。テープ図は全体と部分の数量の関係を表したり数量の違いを表したりするだけでなく、分数や割合や百分率の問題解決にも活用されている。また、テープ図は知っている数値だけでなく、わかっていない数値も図の中に表すことができることから、小学校の算数の範囲だけでなく中学校の代数での文字式の立式を考える時にも効果があることから、問題解決の重要な教材として、また、小学校の算数と中学校の数学の橋渡しとなる重要な指導方法としてその指導に力が入られている。シンガポールでは、1990年代から問題解決を算数・数学のカリキュラムの中心とし、テープ図などを使って、問題解決の過程と結果の両方を大切に育てるようにしている。また、教員養成大学でもこのモデル・メソッドについて指導がなされているという。

このシンガポール・マスとテープ図への関心から、アメリカでは、昨今このテープ図の指導に関して色々な本がアメリカで出版され話題をよんでいる。例えば、A Hand Book for Mathematics Teachers in Primary Schools (2001), 8-Step Model Drawing: Singapore's Best Problem-Solving Math Strategies (2007), The Singapore Model Method for Learning Mathematics (2009), Step-by-Step Model Drawing: Solving Word Problems the Singapore Way (2010), などである。また、The Singapore Maths Teacher (<http://www.thesingaporemaths.com/>) というウェブサイトもあり、アメリカの先生のテープ図の学習の場となっている。

また、アメリカでの数学関連の学会でもテープ図のプレゼンテーションやワークショップが行われたりするようになった。そして、Step-by-Step の Model Drawing という指導法も紹介されるようになった。

この Step-by-Step Model Drawing は実はシンガポールから来たアイデアではなく、アメリカで作られた指導方法で、子どもの指導に効果のある方法として紹介されているということが興味深い。7段階の例では以下のような手順を踏んで問題の把握から解決へと進んで行く。(1)問題を一読する、(2)問われていることを抜き出して短い文章で書き、答えの数値を書き入れるスペースを残しておく、(3)だれやどんな物が文中に登場しているか把握する、(4)テープ図

* ウィリアム・バターソン大学教育学部

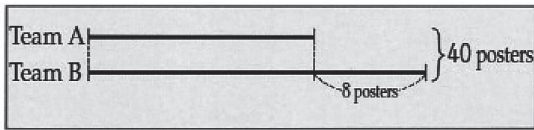
(Unit bars とも言う)を描く、(5)問題を確認しながら、描いたテープ図を調整し、問われていることに?マークを付ける、(6)計算を間違えないように行い、?マークの数値を書き込む、(7)答えの数値を(2)の文章に書き込み、答えが妥当であるかどうか確認する。

3. 日本とシンガポールの違い

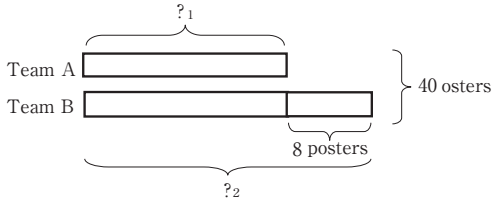
私たちの英訳した日本の算数の4年生の教科書には以下のような、和と差の数量の関係について考える問題がある。(東京書籍 Mathematics for Elementary School, 4A, p. 40)

1 Teams A and B are making 40 posters for the sports festival. Team B will make 8 more than team A. How many posters will they each make?

日本であれば、4年生の時点では、低学年の物の一列並べから、テープ図(Tape model)を経て、線分図(Segment line model)に図が抽象化されている。そして例えば、以下のような線分図を子どもたちが描け、問題の解決方法を考えられる指導がなされる。



シンガポールのテープ図の指導も、具体物を一列に並べて描くことから始まり、より複雑な場面を表す図へと学年が上がるごとに指導される。しかしながら、同じ問題をシンガポールの子どもたちはテープ図を使って以下のように描くよう指導される。



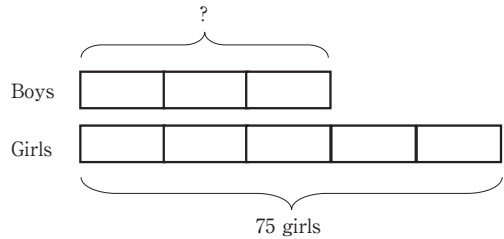
そして、この図を利用して、2つのチームの差であるの8枚のポスターを全体の40枚から取り除き、それぞれのチームのポスターの数を求めることが望まれている。一方、日本の問題解決学習では、線分図を活用し、多様な方法で問題を解決し、それぞれの方法を発表・理解し、より深い数学的な考え方を育てるように指導される。実は、この点にシンガポールと日本の文章問題の扱い方の違いがあるのではないだろうか。具体的に言えば、シンガポールでは、線分図を文章問題解決のための手続きとして指導し、だれもが最も効率的な方法で答えを求めることを重視している。他方、日本の教科書では、子どもたちが線分図を具体的な場面を算数の見方とらえ考えるための道具として身につけ、問題解決のストラテジーとして、また自分の考えの根拠として表現したりできるようにすることを重視していると言えるのではないだろうか。

現在はシンガポールでもこの点に問題があることを把握

している教育者も多く、今後は日本のような問題解決へと進展して行くことと思われる。

いずれにしろ、アメリカの子どもたちの場合は、今までテープ図などを学習することがなかったので、文章の中に more という言葉があるということ根拠に、 $40 + 8 = 48$ のような突拍子もない答えを出す子どもも多くいる。そのためテープ図の活用への関心が高いが、テープ図を使ってどのような指導を行っていくのかについて、しっかりと議論し、その目的を明確にしておく必要があると思う。

日本とシンガポールにおけるもうひとつの扱い方の違いは、高学年における線分図と数直線図との使い分けである。日本では、高学年に進むと線分図と数直線図の両方を活用し、特に小数や分数の乗除計算の指導や割合や百分率の指導では、数直線図(または、二重数直線(Double number line))の活用へと図の抽象化が進み、答えを出すための図ではなく、演算を決定する時の思考の道具として発展していくように指導されている。一方、シンガポールでは、一般的にテープ図がそのまま、引き続いて活用される。例えば、“There are $\frac{3}{5}$ as many boys as girls. If there are 75 girls, how many boys are there?” (Primary Math 6A) のような問題であると以下のようなテープ図を描く。



このように $\frac{3}{5}$ という分数から男の子と女の子の人数を表すテープが3つと5つの部分の単位(Unit)に分けられるということがわかり、その女の子の1つ分の単位を求める。男の子の人数は3単位なので、 $15 \times 3 = 45$ 人と求める。このように、テープをいくつかの単位に分けて、その1つ分の単位の数量を求める方法をシンガポールでは、The Unitary Method といっているが、この方法では、答えを求めることに集中してしまい、 $75 \times \frac{3}{5}$ への立式につなげていく配慮が伺えない。ここにも日本とシンガポールの図の活用の考え方に大きな違い、具体的には、シンガポールではだれでも文章問題の答えを求めることができることを重視しているのに対して、日本の教科書では、乗数が分数になってもかけ算が適応できることを理解しその上でかけ算を使って問題を解決できるようにすることを重視している、が現れている。

このことは、小学校算数の第一の目的が、問題を解くことのできる子どもを育てるのか、それとも、問題の解決を通して数学的に考える力を身につけた子どもを育てるかとの違いが、線分図の扱いと言う具体的な場面に現れている例であると言える。

このようなシンガポールと日本の図の扱いの違いは、教室で線分図を扱った指導を行うときに、ぜひ考えてみたいことではないだろうか。