数学教育 Lost in Translation ＜第11回＞

英訳和訳で見えてきた日米の違い

比例数直線に集まる注目

高 橋　昭 彦*

これまで，小数・分数の乗除，割合，百分率，そして比について，日米の算数教育における見方の違いについて考えてきた．

整数の乗法から倍の考えに，等分除・包含除から割合や単位量あたりの大きさなどを求めるわり算へと発展させ，さらに小数・分数へと演算の範囲を広げていく指導の流れは，まさにブルーナーのいうスパイラル・カリキュラムの１つの具体例といえるだろう．

実は，昨今のアメリカの多くの教科書が“スパイラル・カリキュラム”という言葉を，“同じ事柄を何度も教える”といった意味で用いていることに対して批判が集まっている．これは，90年代から2000年初頭に全米を巻き込んだ Math War の争点の１つでもあったことだが，同じ事柄を単に反復するのは，“Flatten Spiral”，つまり同じところをぐるぐると回っているだけで，いっこうに理解の深まりや広がりが無いという批判である．

したがって，昨今，焦点化され，系統だって発展していく学習，言い換えれば真のスパイラル，を展開していくということの重要性が叫ばれているのは，Math War の結果として見いだされた１つの方向といえるかもしれない．例えば，NCTM がスタンダードの追加資料として提案した Curriculum Focal Points[*1] も各学年で押さえるべき重要な点を強調しているし，６月２日に発表された Common Core State Standards[*2] 焦点化された系統性のあるカリキュラムの具体化を目指したものである．

数年前，私たちが，これまで英訳されたことの無かった学習指導要領指導書算数編及び中学校数学編，そしてそれに基づく算数の教科書を英訳した背景には，日本のカリキュラムが，アメリカの多くの教科書に比べて焦点化されかつ系統性のあるものとして取り上げられながら，それが実際どのような形で具現化されているかがほとんど紹介されていなかったからである．

このような背景で，日本の教科書が英訳され，多くの数学教育に携わる研究者や数学者の目に止まるようになり，ここ数年，日本の算数教科書の内容がいろいろな形で紹介されるようになってきた．そのなかでも特に注目を集めているのが，低学年から高学年まで数と計算領域で意図的計画的に扱われている数直線，そして比例数直線図である．

実際，Teaching Children Mathematics に連載された Curriculum Focal Points の学年ごとの解説の６年生の部分には（Beckmann & Fuson, 2008），日本の教科書で使われている数直線と面積図による分数のわり算の計算方法を説明する図（図１参照）と同様の数直線と面積図を組み合わせた図が，分数のわり算の計算方法を説明する効果的な図として掲載されているのは，英訳された日本の教科書がアメリカの数学教育に少なからぬ影響を与えていることを示しているといえよう．

また，最近出版された NCTM2010Yearbook に日本の教科書における比例数直線の扱いについて述べた拙稿（Watanabe, Takahashi, & Yoshida, 2010）が掲載されたことも，アメリカにおける比例数直線図に対する興味関心が高まっていることを表していよう．

では，なぜ，日本の教科書で使われている比例数直線図に興味関心が集まっているのだろうか．

もちろん，現在使われている多くのアメリカの教科書にも，面積図，アレイ図，数直線など，概念や考え方を視覚的にとらえやすくするさまざまな表現が用い

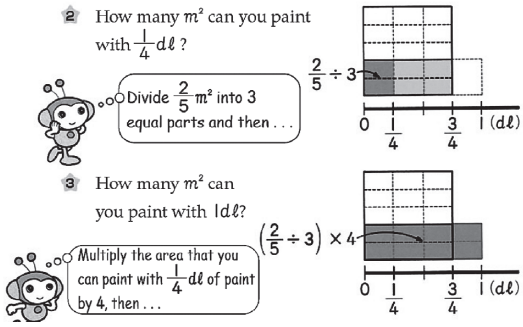

図１：東京書籍 Mathematics for Elementary School, 6A, p. 18

＊デポール大学教育学部

られている．しかし，英訳した日本の教科書と比較してみると，それらは，学年，内容によっていろいろな図がいろいろな形で使われており，必ずしも一貫性をもった使われ方がしているとは限らない．換言すれば，題材，内容ごとに，それら１つ１つの内容ごとにみて教える側にとって最も効果的と思われる表現を用いることを最優先しているように見受けられる．

これに対して，日本の教科書では，低学年で具体物と関連付けて導入された図が，学年が上がるにつれて少しずつ形を変えながら，より抽象的な表現となり，分数のわり算などの演算決定を行うときのよりどころとなるように考えられているといえる．

少々乱暴なまとめ方かもしれないが，アメリカの教科書における図などの表現は，教師がよりわかりやすく説明するための道具として，他方，日本の教科書における図などの表現は，最初は教師が使ってみせるもの，最終的には，子どもたちが自ら考えるための道具として使いこなせるように，なるべく同じものを学年の枠を越え，一貫性を持たせることに重点を置いていると言えるのではないだろうか．

実際，私たちの訳した教科書では，比例数直線図の素地となる図が最初に使われているのは，２年生のかけ算の単元である．（図２，図３）そして，それが３年生となって，線分図と数直線の組み合わせになり（図４），かけ算，わり算の用いられる場面をそれぞれ同じ図で表しながら関連付け，さらに，５年生になると，２つの数直線によって（図５），小数のかけ算・わり算の演算決定，そして，計算の仕方を考えるためのよりどころとして子どもたちが活用できるように配慮されている．余談ではあるが，線分図なり数直線図などを導入するときには，テープ，パイプなど，子どもたちが場面を表すために直線を用いることが抵抗の無いような場面を用い，次第に，同じ物をいくつか使った場合の代金など，直線で表すにはやや抵抗のあるような場面を与えているのも興味深い．

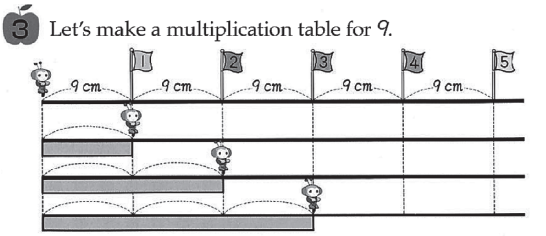

図２：東京書籍 Mathematics for Elementary School, 2B, p. 18

図３：東京書籍 Mathematics for Elementary School, 2B, p. 38

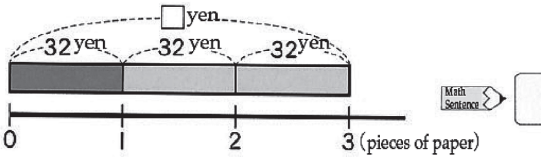

図４：東京書籍 Mathematics for Elementary School, 3A, p. 71

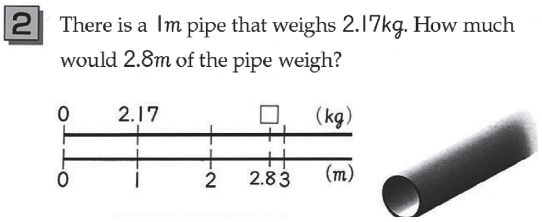

図５：東京書籍 Mathematics for Elementary School, 5A, p. 29

このように，低学年から高学年に至るまで系統性を持たせ，徐々により洗練された考えるための道具を完成させていくような流れは，アメリカの数学教育関係者には大変新鮮にうつるようである．特に，NCTMのスタンダードなどが子どもたちに演算決定の能力を育むことを重視しているにもかかわらず，教科書にその様な扱いが見られないと嘆いているアメリカの数学教育学者にとって，数直線図や線分図などを問題解決の糸口を見いだすために，子どもが自ら使いこなせる道具として定着させようという意図的・計画的な指導の流れは，とても魅力的なものであるといえよう．

次回は，もう１つの例として，線分図について考えていくことにする．

Beckmann, S., & Fuson, K. (2008). Focal Points-Grades 5 and 6. *Teaching Children Mathematics*, May 2008, pp. 508-517.

Watanabe, T., Takahashi, A., & Yoshida, M. (2010). Supporting Focused and Cohesive Curricula through Visual Representations: An Example from Japanese Textbooks. In B. Reys, R. Reys & R. Rubenstein (Eds.), 2010 *Yearbook: Contemporary Issues in Mathematics Curriculum.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

＊1　http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id ＝270

＊2　アラスカとテキサスを除く全米の各州が採用をする算数数学の統一カリキュラム（K-12）．３月に草案が発表され，一般からの反応をもとに修正し，さきごろ最終版が発表された．採用予定の各州では，この後３年間の間に，この統一カリキュラムにそった教育課程を編成し，実施に移すことを約束している．http://www.corestandards.org/Files/K12MathStandards.pdf