

分数のわり算の文章題

渡辺 忠信*

日本でも同じであろうが、アメリカでは分数のわり算はとても難しいものだと思われる。その難しさは計算ではなく、分数のわり算の意味づけにある。数学教育のベストセラーにもなった Liping Ma 氏の著書 (1999) の中で、アメリカと中国の小学校の先生に $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ となる文章題を作ってもらった質問がある。アメリカの多くの先生は、計算 (分母と分子をひっくり返してかける) はできるが、問題を作るとなると、多くが $1\frac{3}{4} \div 2$ または $1\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ となる文章題を書いてしまうことが報告されている。

日本の現場では考えにくいことであるかもしれないが、アメリカの小学校・中学校で、算数・数学を教える先生方の多くが、分数のわり算の意味をきちんと理解しないまま子どもたちに計算方法だけを教えているというのは、日常茶飯事である。事実、筆者が同僚とともに行った小学校の先生を対象としたワークショップでも、分数のわり算の意味に関して、以下のようなことが起こった。

私の同僚が、先生方に分数のわり算を使う文章題を書いてもらうと、一人が次の問題を提案した。

There are 12 slices of pizza. If we divide each slice in half, how many small slices are there?

ピザが12切れあります。もし、それぞれを半分に分けたら、全部で小さいピザは何切れありますか？

この問題を提案した先生は、この問題は“divide in half”とあるので $12 \div \frac{1}{2}$ の問題で、答えは24切れだと主張したが、同僚は、この問題は

それぞれを小さな2切れに切っているのだから 12×2 の問題であると主張し、比較する問題として、次のような問題を示した。

There is a 12-inch ribbon. If we cut it into $\frac{1}{2}$ -inch long pieces, how many pieces can we make?

リボンが12インチあります。これを $\frac{1}{2}$ インチずつの長さに切ると、全部でいくつできますか？

これは典型的な除数が分数の包含除の問題だが、最初の問題を提案した先生は、この問題と彼女が提案した問題は全く同じ (構造的に) と主張して、話し合いは平行線のままその日は終わった。その晩、よくよく考えてみると、この先生が作られた問題は、次のように言い換えても題意は全く同じである。

There are 12 slices of pizza. If we divide each slice in two, how many small slices are there?

ピザが12切れあります。もし、それぞれを2切れに分けたら、全部で小さいピザは何切れありますか？

また、この問題を次のように言い換えると、同僚が提案した問題と構造的には同じである。

There are 12 slices of pizza. If we divide each slice in half, how many $\frac{1}{2}$ -slices are there?

ピザが12切れあります。もし、それぞれを半分に分けたら、半切れのピザは何枚ありま

*ケネソー(ジョージア)州立大学理学部

すか？

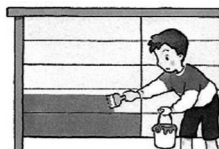
このように、同じ場面をいくつかの異なる表現にして考えてみると、この先生が最初に提案した問題は、“divide in half”というフレーズが文章にあるからわり算であるという理由からではなく、ピザの数を異なる単位（半切れ）で表したらいくつになるかを問うているからと考えれば、分数のわり算と考えることができよう。しかし、この場面のように、単位分数でわるわり算の場面は、たしかに私の同僚の主張したように、単なるかけ算として解釈することもできると言わざるを得ない。

このような場面に直面すると、あらためて英語の表現の難しさを考えさせられる。

ところで、この文章問題の場面のように等分する場合、半分にはなく、それぞれを3つに等分する場合には、“divide in thirds”と“third”（ $\frac{1}{3}$ ）が複数になる。したがって、本来ならば半分にするときも“divide in halves”とすべきようだが、毎日の英語の表現としては、単数として“divide in half”と表すことが多い。何人かの同僚に聞いてみたが、だれも「なぜ」そうなのかという問いにははっきり答えられなかった。

ところで、同僚の作った問題は典型的な包含除の問題だと前記したが、アメリカの数学教育者の中には、分数のわり算の文章題は包含除でないと意味が通らないと言う人が少なくない。事実、アメリカで使われている教科書の問題を見ると、分数のわり算ではほとんどが包含除の問題で、等分除の場面を扱った分数のわり算にはなかなかお目にかかれない。日本の教科書では分数のわり算はたいがい等分除の問題を使って取り扱われている。そういう人に日本でよく使われている次のような問題を見せると、これは割合の問題だと言う。

1 With $\frac{3}{4}$ dl of paint you can paint $\frac{2}{5}$ m² of board.
How many m² can you paint with 1 dl of paint?



東京書籍 Mathematics 6A for Elementary School p. 17

日本の先生方にとって、小数・分数のかけ算とわり算を指導する際に重要な目標の一つが、子どもたちに、かけ算・わり算を割合的な見方から見直すことによって、その意味を拡張し、かけ算・

わり算に対する理解を一層深めることであるということとは当たり前と受け止められていると思う。しかしながら、アメリカの先生にとっては、かけ算・わり算は単に演算であって、割合とかけ算・わり算の意味との関連を深く考える人はあまりいないようである。

確かに、この問題は割合の問題とみることができが、包含除の問題も割合の問題の一つである。分数・小数のかけ算・わり算を通して、今までは別々の考えであった乗法・除法、また割合や比の考え方を総合的にみること（よく言われる「比の3用法」）を育てるのが目標であると考えれば、こういった問題を割合の問題だから、分数のわり算の指導に使わない、使えないと言ってしまっただけでは本末転倒であるように思ってしまうのは私だけであろうか。

最後に、アメリカでは分数のわり算を包含除を使って指導することが多い。しかしながら、その場合で上がる計算方法は、通分して分子同士のわり算に変換するという方法である。例えば、 $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$ は、通分すると $\frac{15}{20} \div \frac{8}{20}$ となるので、 $15 \div 8$ と変換できる。その理由は、 $\frac{15}{20} \div \frac{8}{20}$ を $\frac{1}{20}$ を単位としてみたときに、15の中にいくつ8があるかを求める計算であると考えることができるからである。そして、商分数の考えを使えば、答えは $\frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$ となる。日本の教科書ではあまり見かけない考え方であると思われるが、これを、例えば、 $2400 \div 400$ を100を単位として $24 \div 4$ とみる見方と関連づけて、何倍かを考えさせるような問題（包含除）のときに取り扱うのもおもしろいかもしれない。

分数のわり算の難しさの背景には、単に分数だから難しいというのではなく、わり算の意味をどのように指導し、割合、比、ひいては比例の考え方との関連をどのように理解できるような指導するかという問題が大きく横たわっている。

今回は、この問題の根底にあるかけ算の導入に目を向け、日米の指導の違いについて考えていきたい。

【参考文献】

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics : Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the US*. Mahwah, New Jersey : Lawrence Erlbaum.