

数学科公開授業Ⅰ

事象を数学的に表して考察する「数学を使う」活動 学習指導案

日 時 平成 26 年 6 月 21 日（土）10 時 00 分～10 時 50 分

対 象 東京学芸大学附属国際中等教育学校

1 年 4 組（男子 11 名，女子 15 名 計 26 名）

指導者 教諭 内野 浩子

国際バカロレア Middle years programme [MYP]は、今年の 5 月に Next chapter として、これまでのカリキュラムと評価を一新したものを発表した。これにより、本校も来年度から Next chapter の全面実施を予定しているが、今回はその先行研究も兼ねて Next chapter を用いて授業設計とその実際を試みる。

1. 「逆向き設計」を意識した単元の設定とその理由

1) MYP における探究に関する言明 (MYP Statement of inquiry)

事象に横たわるパターンや性質，状況，関係を，数や式，グラフや表などを用いて整理し，事象を数学的に捉えて考察することは，事象に関わる計画実行や問題解決，予測，意思決定をより合理的かつ的確することができる。

2) MYP global context グローバル化と持続可能性

3) 本校カリキュラムでの単元名 TGUISS 数学 1 第 2 章 事象の見方

本校数学科のカリキュラムでは，現実事象を，数学を用いてより良くする，問題解決する，発展させることができる数学的リテラシーを育成することを教育目標にしている。それに沿って，本校オリジナルのテキストは，文脈の背景に数学の学習内容を含む現実事象を探究課題として設定し，それらを数学的に考え，問題解決をしていき，練習問題で類似の現実場面にフィードバックしていく流れで構成されている。また，この流れは，MYP next chapter の中で以下のように示される，Teaching and learning in the IB の図（図 1）の流れに合致している。つまり，本校のカリキュラム理念と授業設計は，MYP の教育理念に沿うものであると考える。

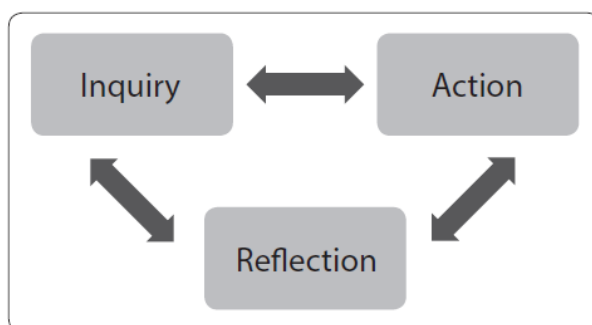


図 1

この本校のカリキュラムの中で，1 年生の数学の第 2 章には「事象の見方」という独自の単元を設定

している。これを設定している目的は、通常、学習指導要領で1年生が学習するように設定されている、比例する関数や文字式、方程式を包括的に捉え、それらの数学が現実事象を整理し捉えるためにとっても有効でスマートな手段であるという側面から見てるところから始まる。具体的には、関数に関しては、現実事象の中の2つの数量関係を表やグラフを使って表す力を養うことに重点を置き、また再帰関係にある2つの離散的な数量を数式で表すことに留まり、具体的な比例や関数式は2年次で学習させることにしている。また、文字式や1次方程式も事象の中の数量関係を数学的に捉えるという側面から学習をすすめるようにしている。よってこの第2章は、数学的リテラシーの育成を目的とする本校のカリキュラム理念を具現化した、オリジナルの単元の一つとなっている。別な角度から見ると、1年の1学期の学習がこれから6ヵ年の数学の学習における、事象を数学的に捉えるという手始め的な構成を取っている。

また1年生はこの章の前の第1章「数の見方」で、数を様々な側面から捉える、扱うということをやってきた。具体的には、素数の性質を知り、素因数分解の良さ、最大公約数や最小公倍数と素因数分解との関わり、ユークリッドの互除法の良さ、数を剰余類的なあまりで分類してみる見方、正負の数を用いることの良さを現実場面の探究課題で学習してきた。

そこで今回は、6月下旬までに正負の数の学習をほぼ終える予定であることを考慮して、第1章と第2章のブリッジとしての課題学習を設定した。具体的には、学習した正負の数を用いて、事象の要素を数値化して表し、条件や状況を、表などを用いて整理して捉え、数学的に考察させる、この単元の手始めとしての学習課題を設定したい。特に今回の学習課題では、事象の中に变化する数量を含まず、事象そのものを数学的に捉え、表現することに焦点を置き、「数の見方」から「事象の見方」への学習のつながりをもたせ、学習の発展と学習の焦点の変化をスムーズに行わせたい。

ちなみに今回の学習課題では、表を用いて事象を捉えるという、本校オリジナルテキスト数学1の第2章でもあまり扱っていない内容を扱う。

2. 学習課題のテーマと設定理由

「こんなとき数学的にはどのように捉え表現し、考えて決めたらいいの？」

～ゲームを数学的に表現処理し、戦略を数学的に考察する～

今回の課題設定にあたっては、第1章と第2章のブリッジとなるよう、まず正負の数を利用して、事象を表すことが可能なものを考えた。そしてさらにその表を数学的に活用できる場面を設定したいと考え、それらを満たすものとしてゲーム理論に注目した。

ゲーム理論の中でも基礎となるゼロ和ゲームや非ゼロ和ゲームなどは、正負の数を用いて利得を表し、数学的に戦略を考える。よってゲーム理論自体が事象を数学的に捉えて問題解決と意思決定を行うための学問であるため、その見方や考え方は事象を数学的に捉え考察する方法例の一つとして考えられる。特にゲーム理論の基礎的なところは、今回の課題設定にもふさわしく、生徒にとっても新しい見方を与えるものになるだろうと考えた。

ところでゼロ和ゲームは互いの損得が裏表になっており、単純で理解しやすい。また非ゼロ和ゲームのほうが、利得が複雑なものを表すので、現実事象の利得を表現するにはより適している。しかし例えば1年生の生活場面の中で2者が対峙関係にあり、数値で利得がはっきりと表されて、しかもゼロ和になっている場面はなかなかない。また価値観を数値で表すならば、設定も可能だが、その数値化の妥当性がかなり問われる。そこで身近な場面の中でのゲーム遊びという形をとって、ゼロ和となるゲームを現実場面の設定することにした。

またゼロ和ゲームにおいて戦略を考える場合、ミニマックス、マクスミン戦略という数学的な考察方法がある。その戦略のベースには、2者が“できるだけ損をしないように”といういわばローリスクローリターン¹の価値観があり、その視点から表を分析すると、ある特定の戦略に両者とも落ち着くという鞍点があることがわかる。この戦略を用いての戦略思案は、大きな社会事象でいえば、国家間の交際問題における戦略にも使われることがあるという。また個人のレベルでいえば、他者との利得が絡む状況にも、“できるだけ損をしないためには？”ということを考えての意思決定の場面がある。

一方、それとは対照的に、“できるだけ得するには？”という価値観で戦略を考える場合がある。よくある状況は、“得を求めれば求めるほど、リスクが高くなる”というもので、いわばハイリスクハイリターン²である。この戦略も社会事象でも個人の身近な事象でも考えられるものである。よって今回の課題学習では、表を活用して数学的に戦略を考える際、これらのハイリスクハイリターン、ローリスクローリターンを数学の学習の中で考えることで、個人や社会まで広がる経済や政治などにおける意思行動決定を、この小さなゲームの中で相似形としてとして経験し、最終的には視点を現実世界に戻すことで、holisticな視点からの学びとしたい。

3. 使用する学習課題

“ゲームの戦略はどのように考えたらいいの？”

『ある1年生のクラスでは、HRのレクリエーションで、次のようなカードを用いた対戦ゲームを行うことになった。このゲームの数学的戦略とはどのようなものだろうか？』

『Which is lucky?』ゲーム

<ルール>

- ・2人で対戦する
- ・以下のような数字が書かれた4枚組のカード1セットをそれぞれが持つ

7

-4

-6

3

- ・机を挟んで、両側に向き合って立つ

<対戦方法>

- ①じゃんけんをして、勝ったほうがプレイヤーAかプレイヤーBのどちらかを選ぶ
- ②トランプのババ抜き³の要領で、手持ちのカードを数字が相手に見えないように、自分の前に持つ
- ③互いに「(せいの,) Which is lucky?」と言うと同時に、一枚カードを選んで自分の目の前に数字を見せて机に置く
- ④ i) 相手と自分のカードの数の積が正だったら、Aがその絶対値の分だけポイントをもらい、逆にBはその絶対値の分だけポイントを失う
ii) 相手と自分のカードの数の積が負だったら、Bがその絶対値の分だけポイントをもらい、逆にAがその絶対値の分だけポイントを失う
- ⑤対戦は1相手につき3回行う
- ⑥3回分の対戦記録をとって次の相手とゲームを行う
- ⑦3人の相手とゲームを行ったら終了し、全部の獲得ポイントを合計する

★合計ポイントの一番大きい人が優勝となる！

Good luck!!

この学習課題は、2. の学習課題のテーマに沿うものとして考案したものである。まずはゲームの利得を考え、数学的に表現処理した理想形の一つとして以下の表1が考えられる。

	B				
A					
	-6	-4	3	7	
-6	3 6	2 4	-1 8	-4 2	
-4	2 4	1 6	-1 2	-2 8	
3	-1 8	-1 2	9	2 1	
7	-4 2	-2 8	2 1	4 9	

表1

カードの枚数は、少ないと簡単すぎるし、多すぎると戦略を考えると少々複雑になりすぎるという点を考慮して4枚とした。またカードの数値は当初絶対値が今より小さいものにしていて、これくらいまで大きくても正負の加法の計算は大丈夫だろうと想定し、利得にメリハリをつけることにした。さらに当初はA, Bのカードの数値を違うものにしていて、これはAのカードセットとBのカードセットのどちらかを持つことでも損得が発生し、論点がカードの出し方の戦略から外れることを防ぐために、A, Bとも同じ数値を扱わせることにした。そして、4枚のカードの数値の和が0になるようにして、1 6パターンの積をプラスとマイナスでそれぞれまとめたときに同じになるようにすることで、A, Bのプレイヤーの立場に違いがないようにした。

また戦略を考えたときに、Aにとっては4 9が最大の利得であり、一方Bにとっては最大の利得が4 2と小さくなり、一見不利のようだが、-4 2となる積のパターンが2つあることから、一概に不利とはいえない状況設定になっている。しかし、両者ともできるだけ損をしないようにカードを出すならば、両者とも3を出したほうがよい。その場合、Bは不利と考えられる。これらのことから、戦略に関して考察が深まる要素がたくさんある課題であると考えられる。

4. 「逆向き設計」から設定する到達目標と評価規準

今回の課題は、第1章と第2章のブリッジとなる課題であり、また第1章で学習した正負の数を活用し、身近な事象を数学的に捉え、考察することを目標とするため、本校研究テーマである「逆向き設計」に基づき、まずはMYPにおける到達目標から、この課題において「数学を使う」活動で高めたい数学的力が、特にどの到達目標の内容に主に合致しているか検討した。MYP Next chapter では、数学の到達目標として、以下の4つのタイトルを設定している。

- 到達目標 A: 知ることと理解すること
- 到達目標 B: パターンを探究すること
- 到達目標 C: コミュニケートすること
- 到達目標 D: 現実世界の文脈において数学を応用すること

この中で、今回の課題では事象を数学的に表現して、表を活用して戦略を論理的に推論する数学的力を高めたいこと、また戦略と意思決定が現実世界にも通じていることから、到達目標 C: コミュニケートすること、到達目標 D: 現実世界の文脈において数学を応用することの2つに特化して、学習活動の水準を高めることを試みる。

また MYP Next chapter では、評価規準を直接到達目標と連動して設定しているため、それに基づいた Year 3 の規準 C: コミュニケートすること、規準 D: 現実世界の文脈において数学を応用することを用いて評価する。この学習課題全体を通しての到達目標や評価基準の詳細に関しては、冊子の方をご参照いただきたい。

5. 対象生徒の実態

指導の対象となる 1 年 4 組の生徒 26 名は、附属大泉小学校からの選抜 11 名、A 方式による選抜（外国語作文等による入試で、主に帰国子女が受験）7 名、B 方式による選抜（適性検査等によるもの）8 名で構成されている。入学当初に行った学力推移調査によると、1 年全体の算数の結果は、100 点満点で全国平均よりも 7.4 点低い結果がでた。

今までの授業を振り返ると、やや発言は同じ生徒に偏る（だいたい A 方式、B 方式の生徒が活発）ことがあるけれども、毎回全員ほぼ集中して学習によく取り組んでいる。また隣どうしやグループでのシェアリングも互いに遠慮なく活発にできる。ちなみに担当しているもうひとつのクラスの 1 年 2 組でも発言は活発であるが、こちらは附属小学校出身の生徒もよく発言をする。またシェアリングも同様に活発である。

指導をしていて感じるユニークな特徴は、両クラスで同じ課題や問題を扱っていても、発言や反応、思考のタイプや種類など、2 つのクラスでかなり違いがあるということである。最近では 1 年 2 組の生徒はこちらの問いかけの言葉をよく理解して考え、発展的に突っ込んだ考えをする傾向にあり、思考に幅が感じられる。また 4 組は、忠実に素直に一生懸命考えて答えるが、時折思考の幅が狭く感じられるときもある。しかしこの傾向は § 1 の素因数分解やあまりによる分類などのところでは、逆の傾向にあったので、A 方式と B 方式の生徒が小学校までで、どのようなことを学習したかの違いが影響しているのではないかと考える。

6. 指導計画（計 3 時間）

	指導内容	時間
1	日常生活の中の身近な場面に設定されたゼロ和的ゲームを実際体験させる。	1
2	ゲームの利得を数学的に整理する方法を考え、吟味させる。また利得表を利用してゲームの戦略を数学的に考えさせる。 （本時）	1
3	ゲームの戦略を多角的に考え、様々な戦略を比較検討させる。また今回の学習を他の現実事象へとつなげさせる。	1

7. 前時の流れと実態 T:教師 S:生徒

生徒の学習活動	時間	教師の指導
S1: 新しく入る第 2 章「事象の見方」の学習の目的を知る。	2	T1: MYP Next chapter における Statement of inquiry, MYP global context を提示し、説明する。
S2: 学習課題を知る。	2	
<p>課題 “ゲームの戦略はどのように考えたらいいの？”</p> <p>『ある 1 年生のクラスでは、HR のレクリエーションで、次のようなカードを用いた対戦ゲームを行うことになった。このゲームの戦略とはどのようなものだろうか？』</p>		
S3: ゲームのルールと対戦方法を理解し、準備をする。	10	T2: ワークシート①を配布し、黒板にもゲームの内容を提示し、説明をする。

<ul style="list-style-type: none"> ・3人の人と対戦する ・結果を記録しておく 		T3: ゲームのデモンストレーションをやってみせる。
S4: ゲームの準備をする。	5	T4: 机や筆記用具, 記録用紙(ワークシート①)の準備等をさせ, カードを配布する。
S5: ゲームを実際行う。	10	生徒がゲームのルールに乗っ取ってやっているか, 記録をとっているかチェック, 指導する。
S6: 獲得ポイントの計算を各自行う。	3	T5: 隣どうしで互いに計算の確かめをさせる。
S7: ゲームの結果の発表を全体で行い, だれが優勝者か確認をする。	10	
S8: ゲームを実際やっている最中にどのようなことを考えながら, カードを選んで出したか, また改善点や良かった点など, 振り返って記録する。何人かの生徒の振り返りを全体でシェアする。	7	T6: カードの選び方に特化して書かせるが, あまり何も考えていなかった生徒にも振り返ってどうすべきだったか考えさせる。
S9: 次回の学習について知る。	1	T7: プリントを回収する。

8. 本時の実際

1) 本時における到達目標

Year 3 到達目標 C: コミュニケートすること
本時における具体的到達目標
<ul style="list-style-type: none"> ・正負の数を用いて利得を正しく数値化でき, A, Bの利得を合わせて表現したりできる。 ・異なる立場からみた利得表の違いを理解し, 効果的に読み取ることができる。 ・ゲームの戦略をどのように考えたのか, 理路整然と説明できる。

Year 3 到達目標 D: 現実世界の文脈において数学を応用すること
本時における具体的到達目標
<ul style="list-style-type: none"> ・ゲームにおける利得が関係する状況で意思決定する際に, 互いの利得を数学的な方法で分析して戦略を選択することができる。 ・戦略を考える際に, 他者の立場を考慮し, 自らの戦略を考えることができる。 ・ハイリスクハイリターン, ローリスクローリターンなど, いろいろな価値観から考えようとしている。

2) 本時における評価基準

Year 3 規準 C: コミュニケートすること

	Level descriptor	Specific indicator
	以下のいずれにも達していない。	以下のいずれにも達していない。
1-2	i. 限られた数学的言語を用いることができる。	・ゲームの利得の一部を表現するこ

	<p>ii. 情報を示す際に限られた形式での数学的表現を用いることができる</p> <p>iii. 推論の流れを伝えることができるが、解釈するのが難しい。</p>	<p>とができる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ゲームの戦略をどのように考えたのか説明はするが、解釈するのが難しい。
3-4	<p>i. いくつかの適切な数学的言語を用いることができる。</p> <p>ii. 情報を示す際に異なる数学的な表現形式を適切に用いることができる</p> <p>iii. 推論の流れ理解できるように伝えることができるが、必ずしも明確であるとは限らない。</p> <p>iv. 論理的構造を用いて、情報を的確に整理することができる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ゲームの利得を数値化できる。 ・ゲームの戦略をどのように考えたのか、理解できるように説明できるが、明確であるとは限らない。
5-6	<p>i. 適切な数学的言語を大抵は用いることができる。</p> <p>ii. 情報を示す際に異なる数学的な表現形式を大抵は正しく用いることができる</p> <p>iii. 異なる数学的な表現形式間を行き来することができる。</p> <p>iv. 推論のながれを明確に伝えることができるが、必ずしも筋が通っている、もしくは完全であるとは限らない。</p> <p>v. 論理的構造を用いて、おおむね整理された取組みを示すことができる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・正負の数を用いて利得を正しく数値化でき、A、Bの利得を合わせて表現したりすることも試みる。 ・異なる立場からみた利得表の違いを理解し、読み取ることができる。 ・ゲームの戦略をどのように考えたのか、明確に説明できるが、筋が通っているとは限らない。
7-8	<p>i. 適切な数学的言語を首尾一貫して用いることができる。</p> <p>ii. 情報を一貫して示す際に異なる数学的な表現形式を正しく用いることができる。</p> <p>iii. 異なる数学的な表現形式間を効果的に行き来することができる。</p> <p>iv. 推論のながれを完全にかつ理路整然と伝えることができる。</p> <p>v. 論理的構造を用いて、矛盾なく整理された取組みを示すことができる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・正負の数を用いて一貫して利得を正しく数値化でき、A、Bの利得を合わせて表現したりできる。 ・異なる立場からみた利得表の違いを理解し、効果的に読み取ることができる。 ・ゲームの戦略をどのように考えたのか、完全に理路整然と説明できる。

Year 3 規準 D: 現実世界の文脈において数学を応用すること

	Level descriptor	Specific indicator
0	以下のいずれにも達していない。	以下のいずれにも達していない。
1-2	<p>i. 真正の現実場面の状況においていくつかの要素を特定することができる。</p> <p>ii. 少しうまくいくぐらいではあるが、真正の現実場面の状況で、ある解を見出す数学的方略を適用することができる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・限られた範囲であるが、とにかく数学的に利得を考え、戦略をみつけようとする可以尝试。
3-4	<p>i. 真正の現実場面の状況において関連する要素を特定することができる。</p> <p>ii. 真正の現実場面の状況をモデル化するために、いくつかの適切な数学的方略を限られた範囲で選択することができる。</p> <p>iii. 真正の現実場面での状況で、ある解に到達する数学的方略を適用することができる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ゲームにおける利得が関係する状況で意思決定する際に、互いの利得を限られた範囲で数学的な方法で分析して戦略を選択することができる。 ・戦略を考える際に、他者の立場を考慮し、自らの戦略を考えようとしている。

	iv. 真正の現実場面の文脈において、解の整合性がとれているか述べることができる。	
5-6	i. 真正の現実場面の状況において関連する要素を特定することができる。 ii. 真正の現実場面の状況をモデル化するために、おおむね適切な数学的方略を選択することができる。 iii. 真正の現実場面の状況で、有効な解に到達する数学的方略を選択し適用することができる。 iv. 解の正確さの度合いを述べることができる。 v. 真正の現実場面の文脈において、解の整合性がとれているか議論することができる。	<ul style="list-style-type: none"> ・ゲームにおける利得が関係する状況で意思決定する際に、互いの利得をおおむね数学的な方法で分析して戦略を選択することができる。 ・戦略を考える際に、他者の立場を考慮し、自らの戦略を考えることができる。 ・いろいろな価値観から考えようとしている。
7-8	i. 真正の現実場面の状況において関連する要素を特定することができる。 ii. 真正の現実場面の状況をモデル化するために、妥当な数学的方略を選択することができる。 iii. 真正の現実場面の状況で、正しい解に到達する数学的方略を選択し適用することができる。 iv. 解の正確さの度合いを説明することができる。 v. 真正の現実場面の文脈において、解の整合性がとれているか説明できる。	<ul style="list-style-type: none"> ・ゲームにおける利得が関係する状況で意思決定する際に、互いの利得を数学的な方法で分析して戦略を選択することができる。 ・戦略を考える際に、相互の立場を行き来しながら、自らの戦略を考えることができる。 ・ハイリスクハイリターン、ローリスクローリターンなど、いろいろな価値観から考えようとしている。

3) 本時で高めたい水準と主な手立て

今回の公開授業では、特に6. 2)の到達目標の中でも、

「事象を数学的に捉えて適切に表現処理し、それを活用して数学的に考察しようとすること」

に焦点を置き、これらの水準を上げるためにどのような手立てを施すかということに重点をおく。以下の図2では、数学的活動の水準が高まる構造を左側半分のように考え、今回の課題学習での主な具体的手立てを右側半分に示した。

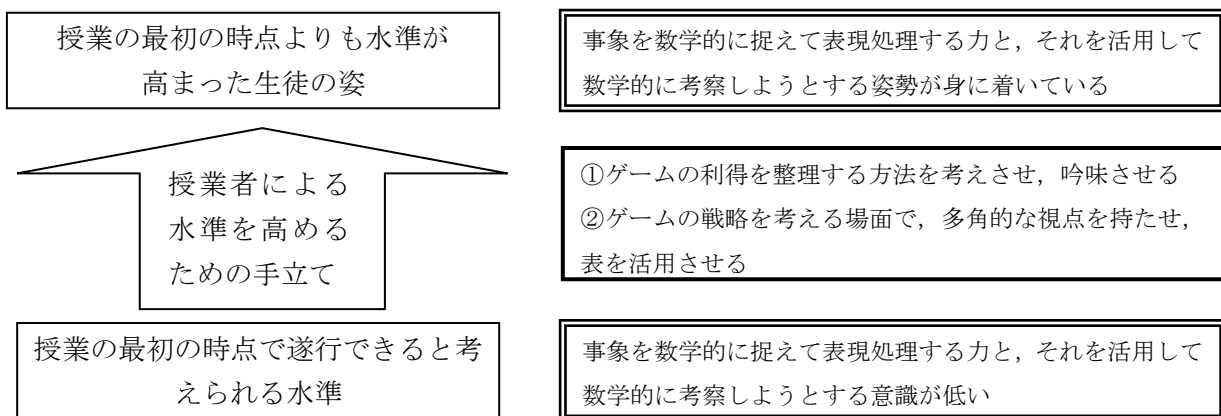


図2 本授業における水準を高める授業の構造

授業の最初の時点では、生徒全体を考えると様々なレベルの水準が考えられるが、全体的には事象を表で整理し、それを活用して数学的に戦略を考えようとする意識と数学的力をあまり持っていない生徒

が多いのではないかと想定している。そこで、個々の生徒の現状の水準からそれぞれ引き上げるために、主に①、②の手立てを施すことを考えた。

①の手立ては、ゲーム全体を捉え、利得を数学的に整理して表すことを問いとして設定することで、まずは“全体を捉えて整理”しようとする数学的問題解決の初めのステップを全員に体験させる、そして生徒が様々な水準で利得を整理して表そうとすることを想定して、どの方法や表し方がより良いかを自ら吟味させることで、個々の事象を捉えて数学的に表現する力の水準をあげることをねらいとする。

②の手立ては、ゲームの戦略を考えると、利得を数学的に表したものを活用させることで、市医学的に処理したものが大いに役立つことを実感させ、相手が利得をどのように考えるかで、それに伴って自分はどのようなカードを出すかを決定する見方や、できるだけ得をしたいか、できるだけ損を少なくするかをベースとしたカードの出し方を考えるなど、多角的な視点を扱うことで数学的に戦略を考える水準が高まることをねらいとする。またこの手立て②に関しては、第2時の後半から第3時にかけて戦略を多角的に考えていくため、第3時にもまたがる手立てを示している。

4) その他補助となる手立て

- ① 自分たちの戦略の考え方に問題点がないかどうか、より良くするためにはどうしたらよいかを発問し、全体を把握して分析する必要性が生徒の中にでてくるようにする。
- ② 整理の仕方をタイプ別にできるだけ取り上げ、全体でシェアするために、小黒板を利用する。
- ③ Aから見た利得、Bからみた利得、A・Bの利得を同時に考慮して表す方法ができてきているかどうかをチェックし、AとB両方の利得を別々に表すのが面倒とか、一つにまとめられないか、あるいは、両方を表すにはどうしたらよいか迷っている生徒がいたら、全体のシェアのときに取り上げる。
- ④ ゲームを数学的に整理してみる方法を生徒が作成したものをいくつか取り上げ、分類、統合、分析を練り上げで行っていく。その際、Aから見た利得、Bからみた利得、A・Bの利得を同時に考慮して表す方法の3つには必ず触れるようにする。
- ⑤ 作成した利得を表すものを吟味させ、みんなが納得するベストな表し方をチョイスさせ、それをその後の戦略を考えるときに活用させる。

5) 予想される生徒の思考例

① ゲームの利得を整理する方法

a.	A	B
	$-6 \times (-6) = 36$	$3 \times (-6) = -18$
	$-6 \times (-4) = 24$	$3 \times (-4) = -12$
	$-6 \times 3 = -18$	$3 \times 3 = 9$
	$-6 \times 7 = -42$	$3 \times 7 = 21$
	$-4 \times (-6) = 24$	$7 \times (-6) = -42$
	$-4 \times (-4) = 16$	$7 \times (-4) = -28$
	$-4 \times 3 = -12$	$7 \times 3 = 21$
	$-4 \times 7 = -28$	$7 \times 7 = 49$

b.	A	B
	-6	3
	-6	-6
	-4	-4
	3	3
	7	7
	-4	7
	-6	-6
	-4	-4
	3	3
	7	7

c.

B A \	- 6	- 4	3	7
- 6	3 6	2 4	- 1 8	- 4 2
- 4	2 4	1 6	- 1 2	- 2 8
3	- 1 8	- 1 2	9	2 1
7	- 4 2	- 2 8	2 1	4 9

d.

B A \	- 6	- 4	3	7
- 6	3 6, - 3 6	2 4, - 2 4	- 1 8, 1 8	- 4 2, 4 2
- 4	2 4, - 2 4	1 6, 1 6	- 1 2, 1 2	- 2 8, 2 8
3	- 1 8, 1 8	- 1 2, 1 2	9, - 9	2 1, - 2 1
7	- 4 2, 4 2	- 2 8, 2 8	2 1, - 2 1	4 9, - 4 9

※数値の使う順序や表などでの並べ方など、小さい順や大きい順など秩序を持って並べない生徒もいると予想される。秩序を持って並べたほうが、分析しやすいことから、ここにも水準の差がある考える。

※戦略を考える上で、適切な表し方の水準の高いほうから $c > d > a, b$ と設定する。

② ゲームの戦略

(1) ハイリターンをベースに求める

i) Aの立場で考える：

最大の利益の7を出したいところだが、Bにとっては最大の損失となる恐れがあるため、Bはおそらく7を出さないだろう。しかし私が7を出すと知っているとするなら、Bは-6を出してくるから、私も-6を出すと最大の利益が出る。⇒ -6を出す

さらに続けてBは私が-6を出すと知っているから、やはり7を出す ⇒ 7を出す

ii) Bの立場で考える：

最大の利益を出すために、7か-6を出したいところだが、Aが7を出してきたら、損失が大きいので、-6のほうがよさそうだが、Aは私が-6を出すと予想して、Aも-6を出してくる可能性がある。だからやはり7を出す ⇒ 7を出す

あるいはさらに続けて考え、7のリスクを回避するために、やはり-6,,

※ i), ii) はこれ以上堂々巡りとなることに気づく。あるいは、できるだけ損失がないように考えていく方向に途中で移行する。

(2) 損失ができるだけ少なくなるように考える

i) Aの立場で考えると3を出せば、Bがどの手を出しても、損失は-12か-18となり、-28や-42よりもましである。⇒ 3を出す

ii) Bの立場で考えると3を出せば、Aがどの手を出しても、損失は-9か-21で、-4を出した時の損失、-16か-24よりもましと考える。⇒ 3を出す

※両者ができるだけリスクを負わないようにと考えると、両者とも3を出す可能性があり、その場合、Aのほうが得することになる。なので、プレイヤーAになっておくほうが得である。

※第2時の段階では(2)を考える生徒は、あまりいないのではないかと予想する。

6) 本時の展開 T:教師 S:生徒

生徒の学習活動	時間	教師の指導と手立て
【前時の振り返り】 S1: 前時の活動を振り返る。	5	T1: ゲームを实际やっている最中にどのようなことを考えながら、カードを選んで出したか、また改善点や良かった点など、前時のワークシートの生徒の記述を整理したものをPC・プロジェクターを利用して提示する。
【学習の焦点化】 S2: 今日の学習課題を知る。	2	T2: ワークシートNo.2を配布する。 T3: 課題が伝わるように、PC・プロジェクターでも示す。
今日の課題（水準を高めるための手立て） “Which is lucky?”ゲームで、1相手につきカードをたった1回だけ出すという1チャンスで勝負するルールに変えたとすると、どのカードを出したらよいだろうか？その戦略を考え、説明しよう！		
S3: まずは各自で戦略を考え、記述する。	5	[S2への補助の手立て] ◆ ルールの変更が理解されたかどうか、実際に簡単にカードを出す操作を示す。 [S3への補助の手立て] i) 戦略と合わせて表や式を書いている, ii) 戦略だけ言葉で書いている, iii) 表や式だけ書いている, あるいはiv) 何も手がついていない生徒をチェックし、以下の手立てを取る。 ◆ iiの生徒に対しての投げかけ⇒「どのようなことを考えてその戦略に至りましたか？使った式や表などもしっかり記述しておきましょう。」 ◆ iii, ivの生徒に対しての投げかけ⇒「グループでのシェアの時にまずどう考えたらよいかを他の人の戦略を聞いてから、改めて自分でも考えてみましょう。」
S4: グループで互いの戦略を説明し、1つ1つ検討する。	12	T4: 指示 「グループで互いの戦略を説明しましょう。さらに1つ1つの戦略を検討しましょう。」

<p>※1 各グループで、出された戦略を整理して、ミニ(ホワイト)ボードに記述し、黒板に掲示する。</p>	(6)	<p>T5: 指示「各グループで出てきたことを整理して発表してもらいます。」</p>
<p>【練り上げ】 S5: すべてのグループがグループで出た戦略を発表し、全体のいろいろな考えを把握する。</p>	15	<p>[S5 への補助の手立て A]</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ グループごとに出てきている戦略や説明方法を把握し、練り上げが高まるように、議論の対象となるところをチェックし、取り上げる順番を決めておく。
		<p>[S5 への補助の手立て B]</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ 特に攻略とその説明が不十分と考えられるグループから発表させていき、なにがグループの中での疑問点で、わからないところはどいったことだったのか明らかにさせながら、発表させる。 ◆ 全部のグループの発表が終わったとき、各グループの疑問点やわからないところに答えている部分を再度生徒と確認をしていく。 ◆ 生徒と一緒に戦略を共通している考え別に整理していく。
		<p>[S5 への補助の手立て C]</p> <p>ゲームの利得を整理する良さにも焦点が当たるように、</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ もしグループの発表の中で、「戦略をどこからどう考えたらよいかわからなかった」というような発言が出てきたら、そこと他のグループで良い例を取り上げ、そのグループに何から考えるべきか尋ねる。 ◆ そうでなければ、「ところでゲームの戦略はまずどこから考えるとよいということか？」あるいは「戦略の説明がわかりやすかったグループはどこだったか？ まれはなぜか？」と発問し考えさせ、ゲームの利得を整理すると良いことを引き出す。 ◆ 利得という言葉が適宜どこかで紹介する。
<p>S6: 各グループで、整理の仕方に注目し、どの方法が戦略を考える上でわかりやすいか比較検討し、ベストな方法を選ぶか作り出す。</p> <p>S7: 話し合いの結果、ベストな整理の方法とその根拠を報告する。</p>	5 5	<p>[S7 への補助の手立て]</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ プレーヤーA, B それぞれの立場を考えることを根拠に上げていない場合、完璧に表せているかどうかもう一度尋ねる。
<p>【終末】 S8: 次回の学習について知る。</p>	1	<p>T6: 次回各グループで自分たちが選んだ整理の方法を用いて、各自もう一度戦略を考えることを伝える。</p> <p>T7: ワークシートを回収する。</p>

課題のテーマ

こんなとき数学的にはどのように捉え表現し、考えて決めたらいいのだろうか？

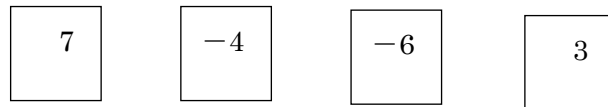
学習課題 ゲームの戦略はどのように考えたらいいの？ (No.1)

課題 『ある1年生のクラスでは、HRのレクリエーションで、次のようなカードを用いた対戦ゲームを行うことになった。このゲームの戦略とはどのようなものだろうか？』

『Which is lucky?』ゲーム

<ルール>

- ・ 2人で対戦する
- ・ 以下のような数字が書かれた4枚組のカード1セットをそれぞれが持つ



- ・ 机を挟んで、両側に向き合って立つ

<対戦方法>

- ①じゃんけんをして、勝ったほうがプレイヤーAかプレイヤーBのどちらかを選ぶ
- ②トランプのババ抜き的要領で、手持ちのカードを数字が相手に見えないように、自分の前に持つ
- ③互いに「(せーの,) Which is lucky?」と言うと同時に、一枚カードを選んで自分の目の前に数字を見せて机に置く
- ④
 - i) 相手と自分のカードの数の積が正だったら、Aがその絶対値の分だけポイントをもらい、逆にBはその絶対値の分だけポイントを失う
 - ii) 相手と自分のカードの数の積が負だったら、Bがその絶対値の分だけポイントをもらい、逆にAがその絶対値の分だけポイントを失う
- ⑤対戦は1相手につき3回行う
- ⑥3回分の対戦記録をとって次の相手とゲームを行う
- ⑦3人の相手とゲームを行ったら終了し、全部の獲得ポイントを合計する

★合計ポイントの一番大きい人が優勝となる！

Good luck!!

ゲームの結果を記録しよう

“Which is lucky?” ゲームの結果				
1年()組()番 氏名()				
対戦相手 ()さん				
自分の立場	回数	自分の数	相手の数	獲得ポイント
プレイヤー A ・ B (どちらになったか ○をつけておく)	1回目			
	2回目			
	3回目			
対戦相手 ()さん				
プレイヤー A ・ B (どちらになったか ○をつけておく)	1回目			
	2回目			
	3回目			
対戦相手 ()さん				
プレイヤー A ・ B (どちらになったか ○をつけておく)	1回目			
	2回目			
	3回目			

自分の獲得ポイント
点

課題のテーマ

こんなとき数学的にはどのように捉え表現し、考えて決めたらいいのだろうか？

学習課題 ゲームの戦略はどのように考えたらいいの？ (No.2)

今日の課題 “Which is lucky?”ゲームで、1相手につきカードをたった1回だけ出すという1チャンスで勝負するルールに変えたとすると、どのカードを出したらよいだろうか？その戦略を考え、説明しよう！

ゲームの戦略を考えよう

1. 自分が考える戦略法

2. グループや全体で、出てきた戦略法

課題のテーマ

こんなとき数学的にはどのように捉え表現し、考えて決めたらいいのだろうか？

学習課題 ゲームの戦略はどのように考えたらいいの？ (No.3)

課題 整理した利得表を利用して、もう一度 A, B それぞれの立場で、どのような戦略をとったらよいか考えよう。