数学科 学習指導案

１．日　時　平成 25 年 7 月 2 日(火)　第 6 校時

２．主　題　文字式による説明

３．指導者　東京学芸大学附属小金井中学校教諭　　川村栄之

４．学　級　東京学芸大学附属小金井中学校　2 年 D 組 40 名

５．場　所　教育工学室

６．単元名　式と計算

７．本時の題材について

本時で扱う題材は，倍数の見分け方の逆にあたる命題である。この題材を扱う目的は，変形された文字式や式変形の過程をよむことによって，その表す内容を明確に把握し，一般化や特殊化を行えるということを生徒に経験させることにある。

文字式を利用するときに経る過程について，三輪(1996)では次の図式で表されている(図 1)。

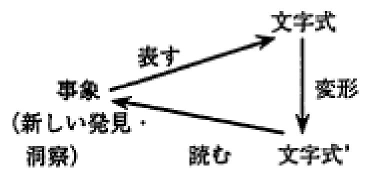

図 1　文字式利用の図式(三輪，1996)

この図式が表わすように，文字式を利用するときには表す，変形，読むの 3 つの過程を経る。このうち，読む過程では文字式が意味するものを明確に把握し考え直すことによって，一般化や特殊化を行うことができる(三輪 2001)。つまり，文字式を読むことが，新しい数学をつくるきっかけになるということであると考える。このことを，生徒が授業を通して経験することができれば，より積極的に文字式を使い，その文字式をよもうとするのではないかと考えた。

文字式を読む過程から，一般化や特殊化を行う例として，三輪(2001)では倍数の見分け方があげられている。すなわち，9 の倍数の見分け方(2 桁の数 $10a+b$ は $a+b$ が 9 の倍数であるとき，9 の倍数である)の説明の式変形をよむと，$10a+b$ を 9 の倍数の部分($9a$)とその余り($a+b$)の部分に分けているということがわかる。これを一般化し，他の数の倍数の見分け方をつくることを挙げている。

授業では，この逆を扱うことにした。すなわち「ある 2 桁の数が 9 の倍数ならば，(十の位)+(一の位)も 9 の倍数」である。逆を扱うことにした理由は以下の 2 点である。

1 点目は，$10a+b=9n$ と立式した時に，変形の目標が $a+b=9\times(.......)$ であることから，両辺から $9a$ をひくことが見えやすいのではないかと考えたからである。

2 点目は，倍数判定の場合，各位の数をたした時の和が 9 の倍数かどうかで元の数も 9 の倍数かどうかが分かる理由を説明することになる。したがって，元の数に 9 の倍数を入れていくつか試してみて考える生徒が多いであろう。そうすると，元の数が 9 の倍数であるからこそ成り立つことを，根拠として誤って使ってしまうということも多くなる。そうであれば，初めから 9 の倍数であることを仮定にしてしまった方が考えやすいのではないかと考えた。すなわち，命題を逆にして生徒に与えてはどうかと考えた。こうすれば，説明しやすくなり，式を読んで一般化していくストーリーも追いやすくなるのではないかと考えた。

８．本時の目標

・　文字式による説明をよみ，その仕組みを把握し，命題を一般化すること。

＜引用・参考文献＞

三輪辰郎(1996).　文字式の指導：序説，筑波数学教育研究 15，pp.1-14.

三輪辰郎(2001).　文字式の指導に関する重要な諸問題，筑波数学教育研究 20，pp.23-38.

９．本時の展開

学習課程	教師の指導	予想される生徒の反応	・指導上の留意点　○評価の観点
1.導入	・前回は「ある2桁の数が9の倍数ならば(十の位)+(一の位)も9の倍数」であることを説明してもらいました。どのように説明しましたか。 ・この問題で変えられそうな部分はありますか。	・ 十の位をa，一の位をbとしたら， 元の数は$10a+b$であり，これが9の倍数なので $10a+b=9n$ $9a+a+b=9n$ $a+b=9n-9a$ $a+b=9(n-a)$ この式から(十の位)+(一の位)は9の倍数 ・ 2桁→もっと多くする。 ・ 9の倍数→他の数の倍数	○ 前回の文字式による説明を理解している。 ・式変形はできるだけ省略せずに書かせる。 ○ 問題のどの部分が変えられそうか，考えようとしている。
2.展開	・桁数を3桁にしたとすると，(十の位)+(一の位)の部分はどのようにしますか。 ・それぞれ，説明の式はどのように変わりますか。	・ (百の位)+(十の位)+(一の位) [ア]具体的な数で 108→1+0+8=9 117→1+1+7=9 288→2+8+8=18 369→3+6+9=18 477→4+7+7=18 522→5+2+2=9 999→9+9+9=27 [イ]a，b，cを百の位，十の位，一の位として $100a+10b+c=9n$ $a+b+c=9n-99a-9b$ $a+b+c=9(n-11a-b)$ ・ (十の位以上)+(一の位) [ア]具体的な数で 108→10+8=18 117→11+7=18 288→28+8=36 369→36+9=45 477→47+7=54 522→52+2=54 999→99+9=108 [イ] a，b，cを百の位，十の位，一の位として $100a+10b+c=9n$ $(10a+b)+c=9n-90a-9b$ $(10a+b)+c=9(n-10a-b)$	○ 問題の変えられそうなところを，積極的に考えている。 ・変わったところと，変わっていないところが見やすくなるように横に並べて，書いていくように気を付ける。 ・具体的な数で考えようとする生徒が多い場合は，できるだけ多くの例を挙げてから文字式による説明に移る。 ・前に2桁の場合で行った式変形を真似するように指導する。 ○ もとの問題の式変形から類推して説明しようとしている。 ・「3桁の数」というと何も考えずに「$100a+10b+c$」と置きたくなるが，そうすると式変形の処理が面倒であったり，面倒ではないにしても無駄な部分があったりする

	・さらに，9の倍数でなく，7の倍数だったらどうだろう。 「ある3桁の数が<u>7の倍数</u>ならば(百の位)+(十の位以下)も9の倍数」 この文章の中で他に変えなければならない部分はありますか。 ・それでは，7の倍数なら(百の位)+(十の位以下)も7の倍数になるのか，考えてみましょう。 ・この式変形は，どこからヒントを得てやりましたか。	[ウ] aを十の位以上，bを一の位として $10a+b=9n$ $9a+a+b=9n$ $a+b=9n-9a$ $a+b=9(n-a)$ ・(百の位)+(十の位以下) [ア]具体的な数で 108→1+08=9 117→1+17=18 288→2+88=90 369→3+69=72 477→4+77=81 522→5+22=27 999→9+99=108 [イ] a，b，cを百の位，十の位，一の位として $100a+10b+c=9n$ $a+10b+c=9n-99a$ $a+10b+c=9(n-11a)$ [ウ] aを百の位，bを十の位以下として $100a+b=9n$ $99a+a+b=9n$ $a+b=9n-99a$ $a+b=9(n-11a)$ ・9の倍数→7の倍数 ・百の位をa，十の位以下をbとして $100a+b=7n$ $98a+2a+b=7n$ $2a+b=7n-98a$ $2a+b=7(n-14a)$ ・(百の位)+(十の位以下)ではだめだ。 (百の位)×2+(十の位以下)にしなくてはいけない。 ・9の倍数の時に，100を99と1に分けているところ。 ・99は9でくくれる部分，1はその余り。	ことがあることを体験させたい。 ○ 9の倍数の時の式変形をもとに，7の倍数について考えようとしている。 ・文字式による説明を読むことから，結論の部分への修正の必要に気付かせる。 ・9の倍数の説明の時に使った式をもとに，7の倍数の場合を考えていることを意識させる。
3.まとめ	これらの式変形の共通点はなんだろう。	・10や100を9または7の倍数とその余りにわけている。 ・右辺が 7×(…)，9×(…)となるようにうまく変形している。	・共通点を見つけさせることから，問題を変えても，変わっていない構造に着目させる。